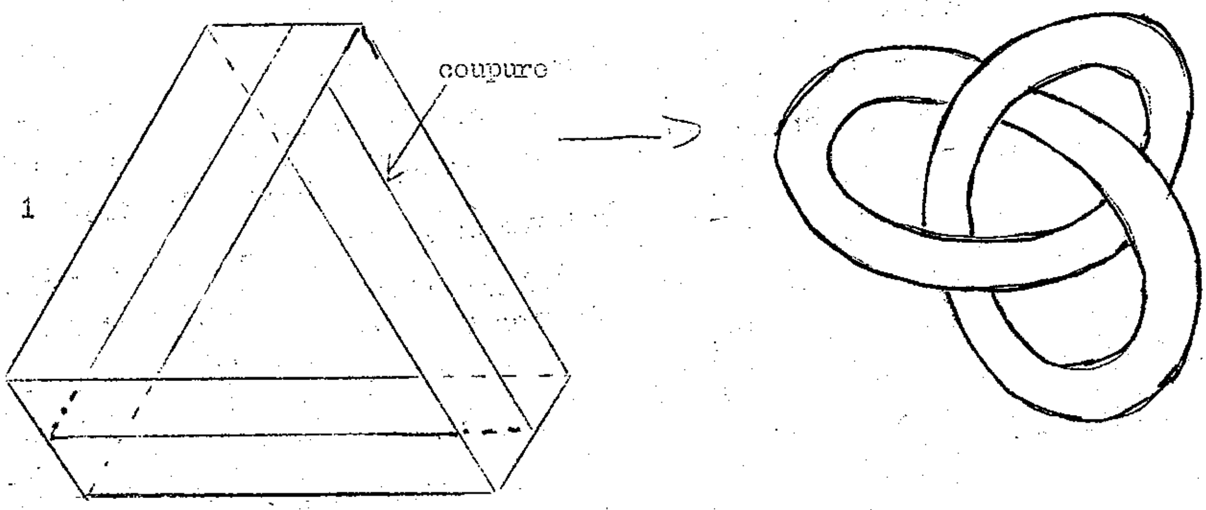
LACAN

LE MOMENT DE CONCLURE

18 Avril 1978 XI

Venez un peu, parce que vous m'avez envoyé des choses. Je voudrais que, les choses que vous m'avez envoyées, vous les commentiez comme ça, une par une, parce que ça ne va pas. Je vous signale que ce que je vous ai dessiné la dernière fois, sous la forme de cette bande que j'ai faite du mieux que j'ai pu, si on la coupe en deux, le résultat - si on la coupe en deux comme ceci - le résultat est ce qu'on appelle un noeud à trois, c'est-à-dire quelque chose qui

1

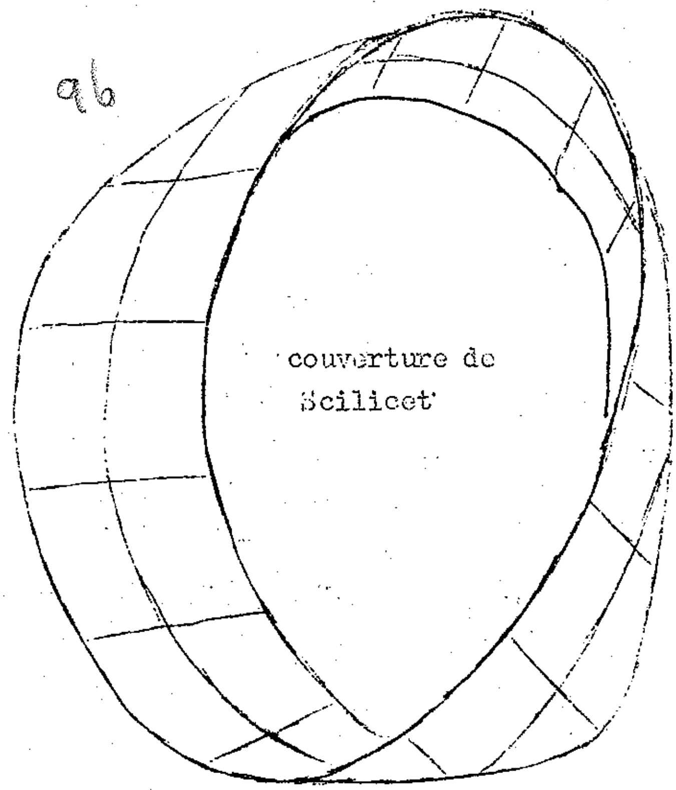


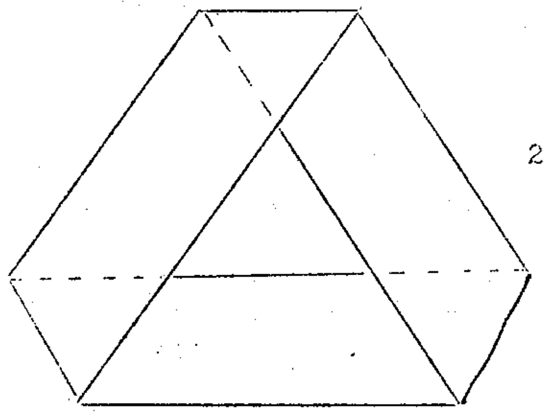
Trois demi-torsions

se présente comme ça. C'est, bien entendu, tout à fait frappant. Ici, c'est ce qu'on appelle une bande de Möbius. Je la redessine parce que ça vaut la peine de s'apercevoir que, grâce à ce qu'on appelle l'élasticité... la bande de Möbius se dessine comme ça. En d'autres termes, on retourne ce qui apparaît sous cette forme.

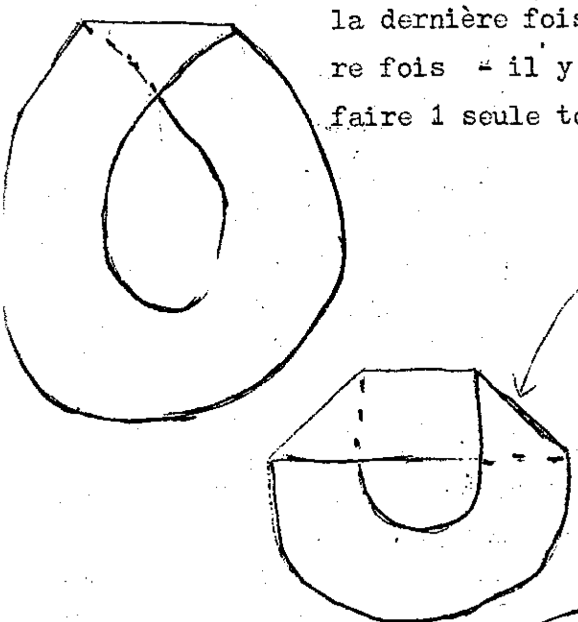
La forme présente est celle qui apparaît sur la couverture de Scilicet. Mais la véritable bande de Möbius est celle-ci. Et il y a ce que très légitimement Jean-Claude Terrasson qui est là et qui m'aide, ce que très légitimement Jean-Claude Terrasson appelle une demi-torsion et là, sous la forme où j'ai fait fonctionner la

96

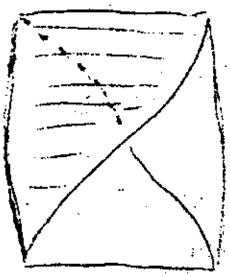




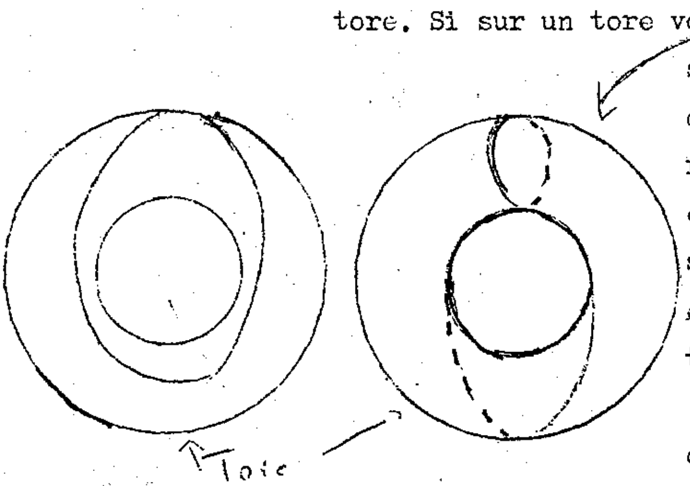
bande de Möbius



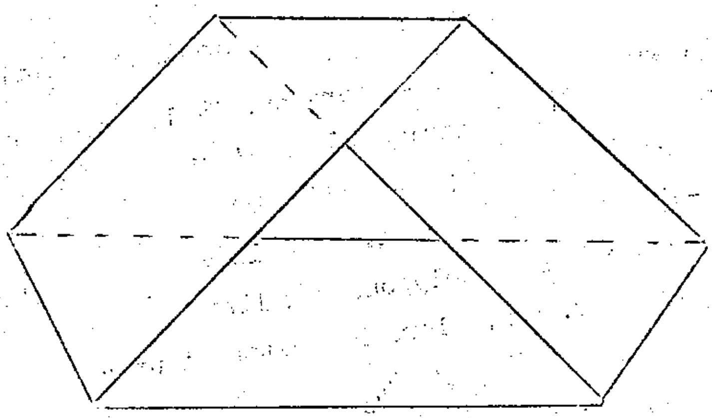
la dernière fois - puisque c'est ce que je vous ai dessiné la dernière fois - il y a trois demi-torsions. Par contre, il est possible de faire 1 seule torsion. C'est ce qui est manifesté dans la figure 2 où il y a effectivement 1 seule torsion. La figure 2 peut également se figurer ainsi . Ca, c'est une figure à une seule torsion, elle est équivalente à la figure suivante, c'est-à-dire que ceci, si nous figurons l'intérieur ici, ceci est réalisé communément par ce qu'on l'appelle le tore. Si nous faisons ici une boucle, ce qui vient ici vient sous la forme de quelque chose qui vient au-delà de ce que j'appelle l'axe du tore, c'est ça qui vient dans l'axe du tore et c'est ça qui fait le tour du tore. Je vous prie, à cette occasion de le vérifier, et vous verrez que la torsion, la torsion complète dont il s'agit est exactement équivalente à ce que Jean-Claude Terrasson appelle une torsion complète. C'est ce qui est réalisé dans le tore dont nous n'avons évidemment ... La torsion complète est tout ce qu'on peut faire sur un tore, ce qui n'est bien entendu pas surprenant, parce que il n'y a aucun moyen d'opérer autrement sur un



tore. Si sur un tore vous vous dessinez quelque chose qui coupe bien sûr, qui coupe en passant ce qu'on appelle derrière le tore, qui revient en avant et qui repasse derrière le tore, ce que vous obtenez, c'est quelque chose qui est comme ça et qui s'achève de la façon suivante, c'est-à-dire que cela redouble le noeud qui s'entoure autour du tore. En d'autres termes ce qui vient ici ici, est très précisément ce qui passe autour de ce que j'appelle l'axe. Donc ceci équivaut à deux torsions. Ici une torsion et là deux torsions.

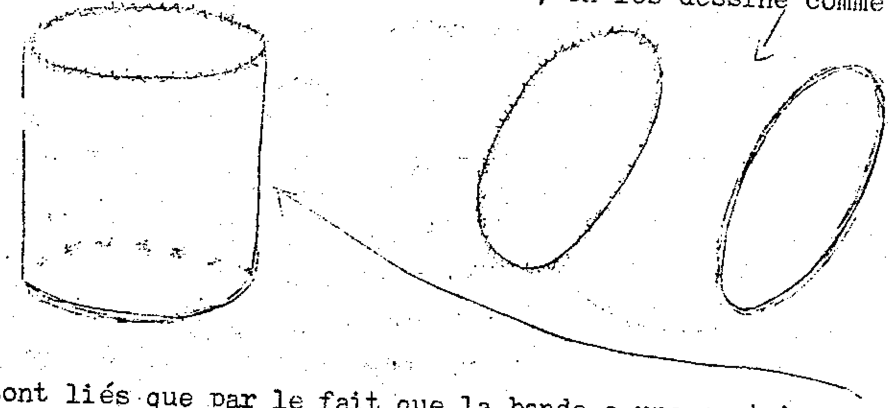


Je vais prier maintenant Jean-Claude Terrasson, de bien vouloir prendre la parole pour nous commenter ses figures, ses figures qu'il a faites là.
Ceci est une bande de Möbius :



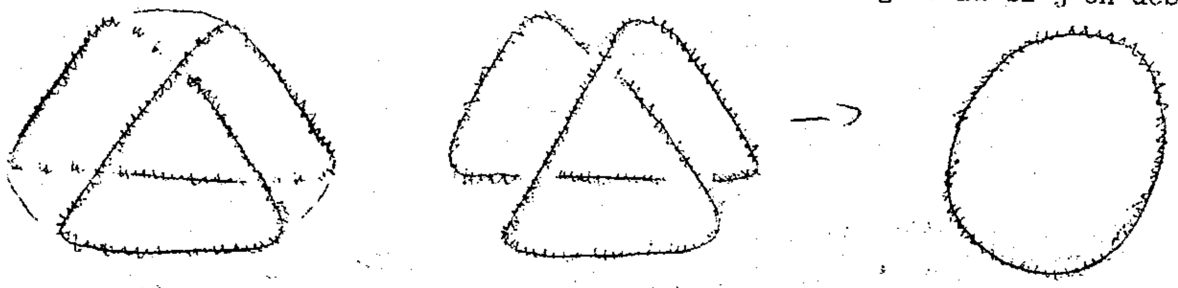
J.C. TERRASSON : Alors on peut poser le problème de savoir comment on pourrait paver l'espace, ou paver le plan régulièrement avec des bandes de Möbius aplaties, c'est-à-dire mises à plat. Alors le problème, c'est comment est-ce que je pourrais paver régulièrement le plan en aplatissant des bandes de Möbius,... enfin des bandes, c'est-à-dire on peut commencer par la bande à zéro torsion qui est...

Si on dessine uniquement les bords, on les dessine comme ça, ils ne



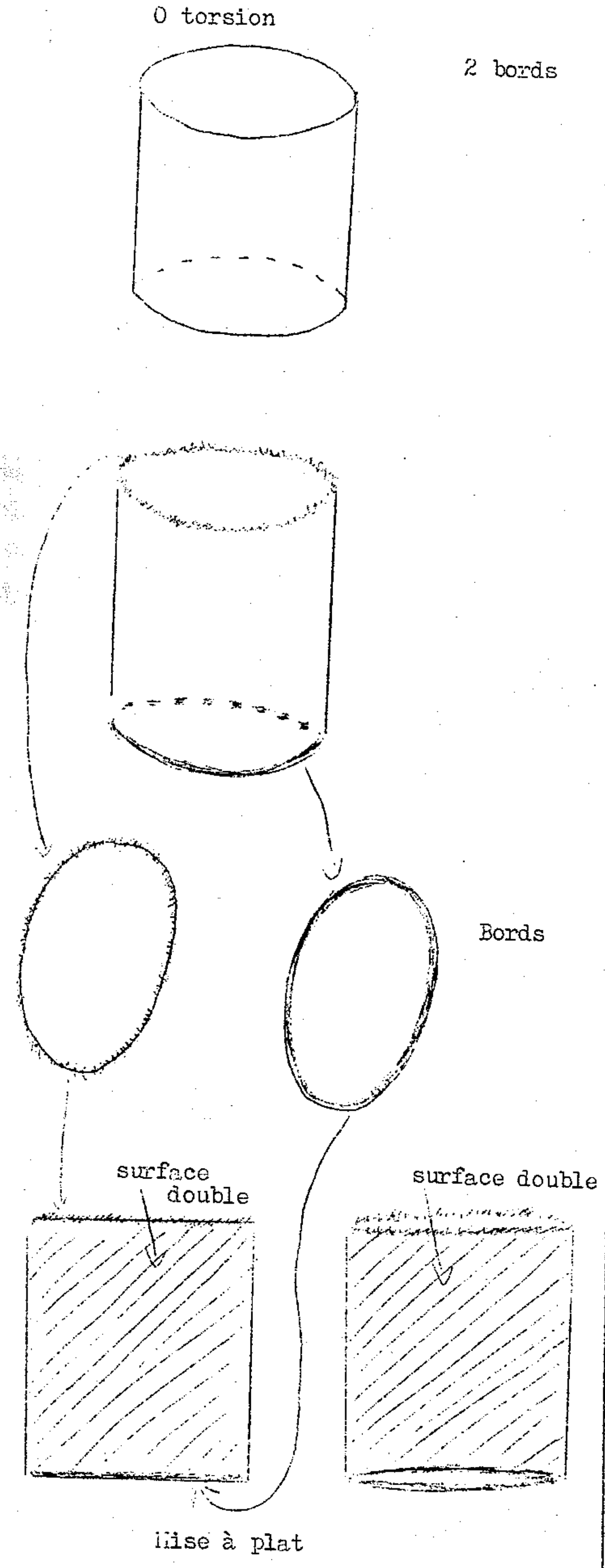
sont liés que par le fait que la bande a une certaine matérialité pour lier ces deux bords. Bon alors, pour mettre cette figure à plat, pour l'aplatir et obtenir quelque chose qui pave régulièrement le plan, c'est-à-dire un poligone régulier - enfin, il n'y en a pas des masses, il y a que l'hexagone, le carré et le triangle équilatéral - pour ça j'ai une solution très simple qui est de coller les deux bords ensemble, enfin coller un bord, accoller un bord à lui-même et aplatir c'est-à-dire que si c'est achuré là où la surface vient deux fois l'une sur l'autre, bon c'est ça. Donc j'obtiens un carré, bon là ce n'est pas un carré, mais ça pourrait être, à condition que ma bande ait le double de longueur que de largeur et j'obtiens un carré.

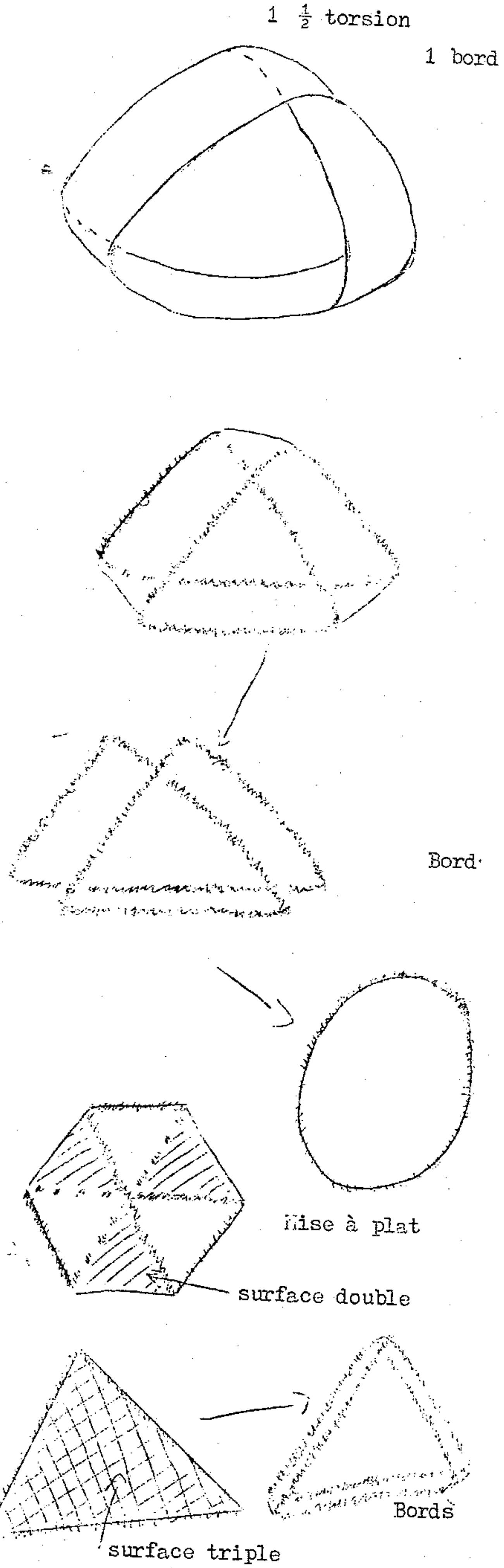
A partir de une demi-torsion, là le problème va être plus compliqué; mais ce qu'on remarque déjà, c'est que chaque fois, on obtiendra, enfin jusqu'à cinq, on obtiendra un polygone régulier, sans trou, c'est-à-dire ce qui est le trou de la bande trouve un moyen de se résorber pour obtenir un polygone régulier et ça sera même le seul que je pourrai obtenir. Bon, alors là, cette figure-là si j'en dessine



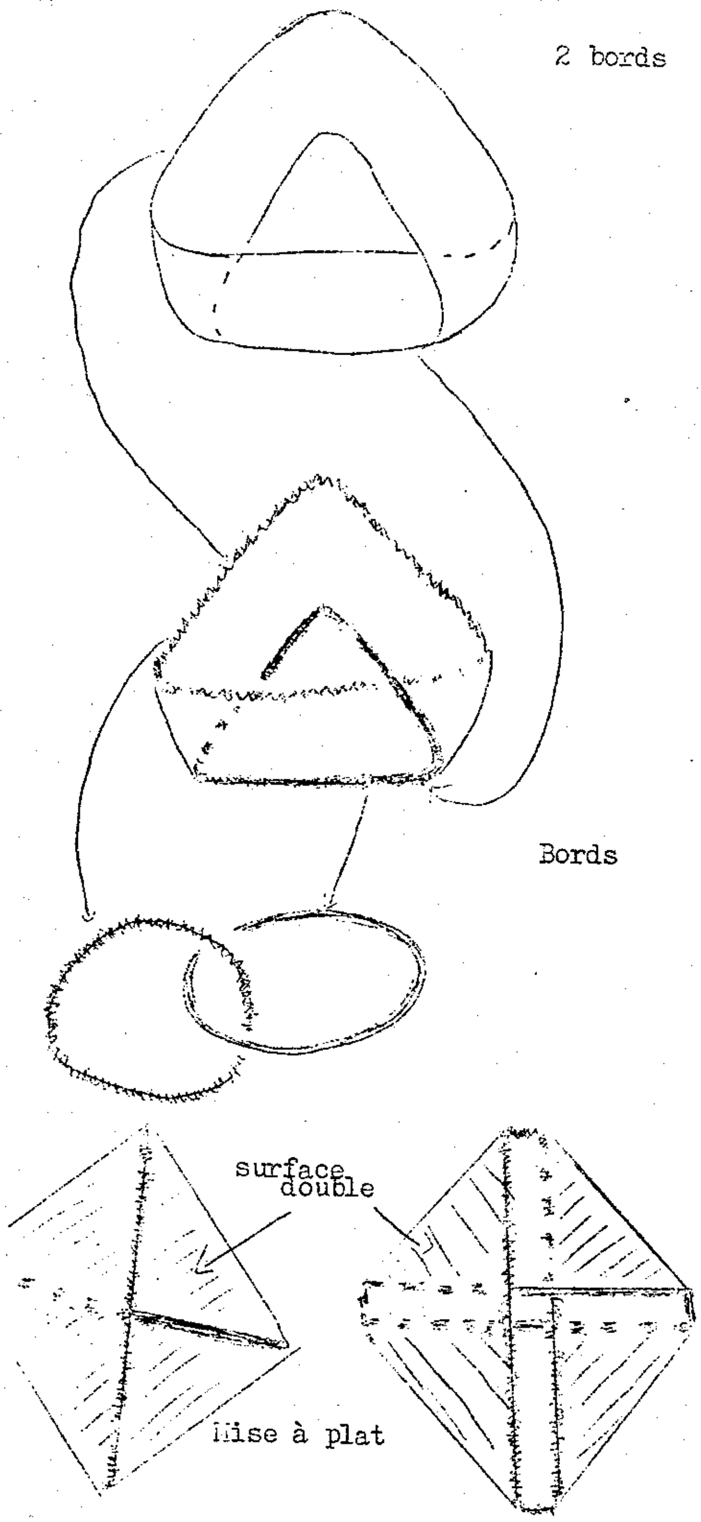
le bord, c'est ça, c'est-à-dire on voit que ça ne tient noué ... comme la première figure, le bord ne tient dans sa position de torsion que par rapport au fait que la bande est une matérialité aussi.

Schémas de Terrasson

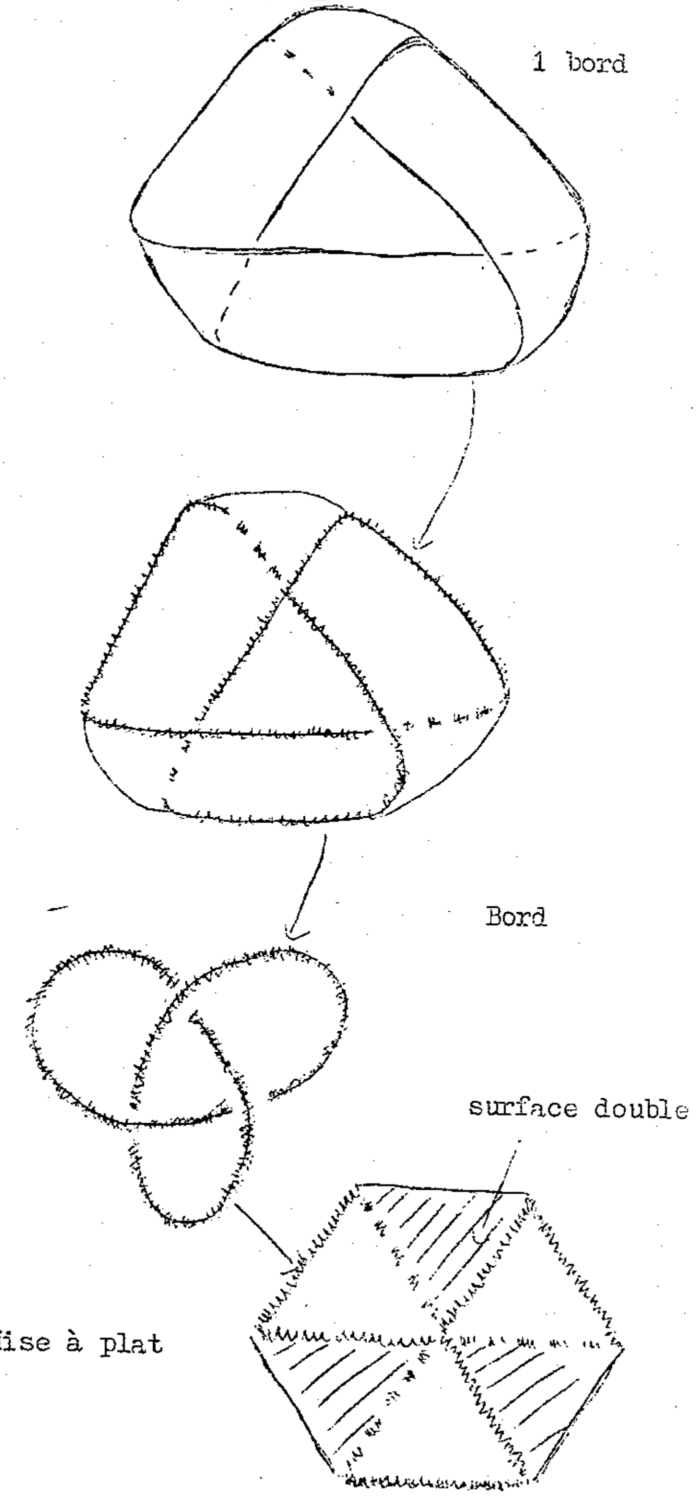




2 ½ torsions = 1 torsion

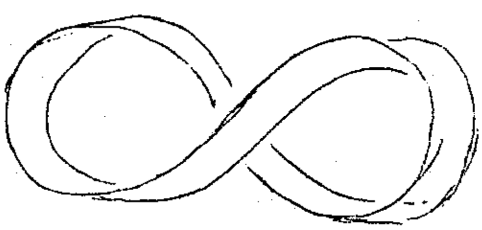


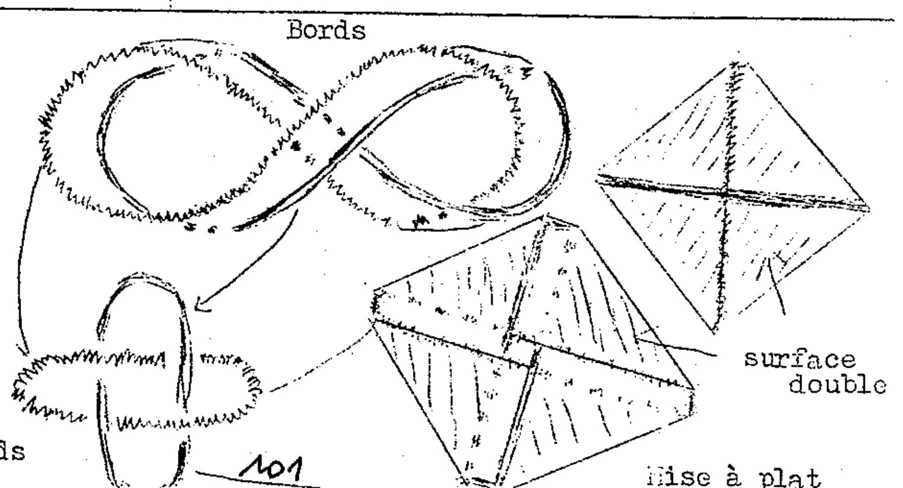
3 ½ torsions



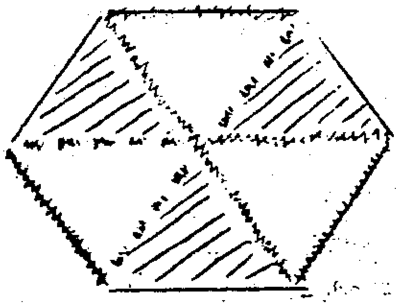
4 ½ torsions = 2 torsions

2 bords

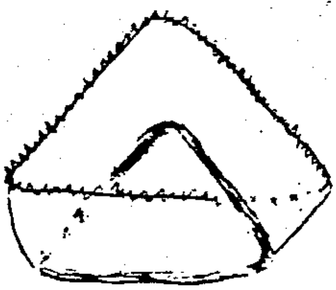


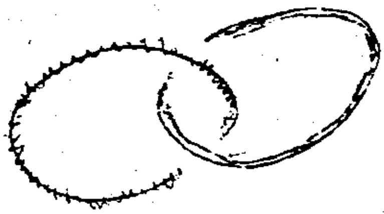


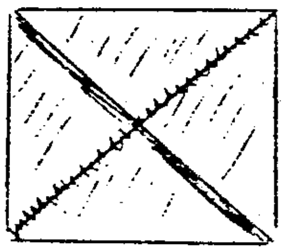
Ce ne sera plus vrai à partir de ces bandes-là où les bords se tiennent par eux-mêmes en dehors de toute matérialité de la bande. Alors ça, c'est la mise à plat du tore à une demi-torsion. Alors là je dessine le bord de la bande et en pointillé évidemment, là où il passe dessous et en achuré l'endroit où la surface se recouvre. Bon alors cette bandes

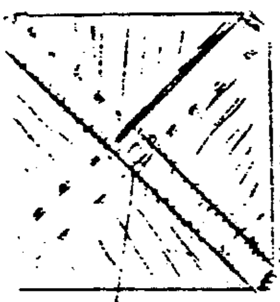


comme toutes celles qui seront des hexagones, pour obtenir un hexagone régulier, il faut que les proportions ça soit: largeur je prends 1 de largeur, la longueur ça sera racine de 3 : l=1 ; L= V3 ; bon, on ne va pas entrer là-dedans. Alors ce qui se passe à la bande à deux demi-torsions, c'est-à-dire à 1 torsion, c'est-à-dire 1 bande à deux bords, voilà la





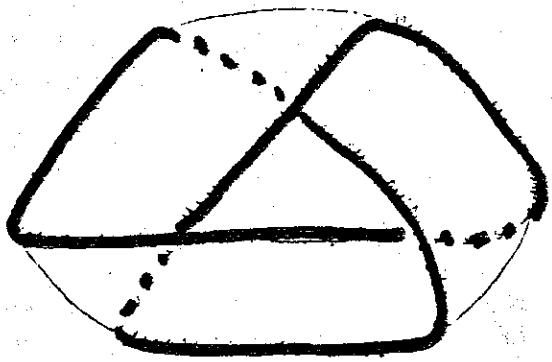


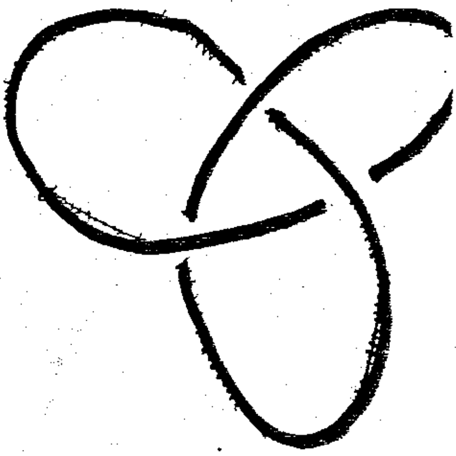


trou

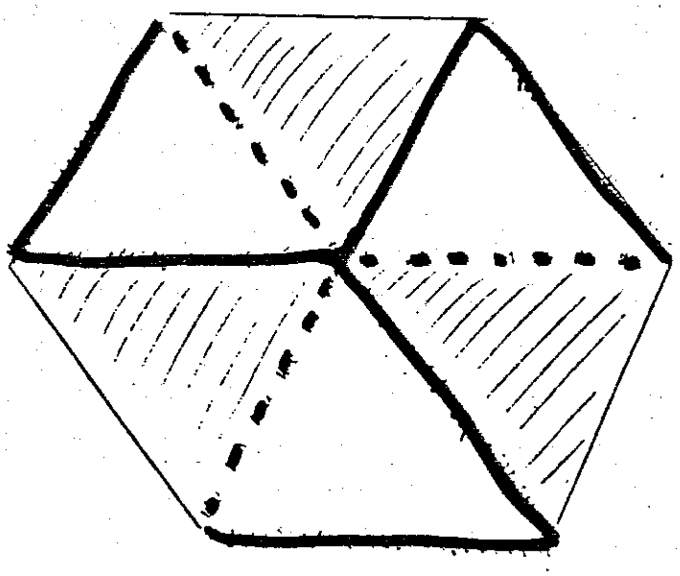
manière dont les bords du trou, les bords de la bande se nouent entre eux, c'est-à-dire que là ils n'ont plus besoin de la matérialité de la bande pour maintenir leur nouage, c'est bien pour ça qu'on passe au tore, comme disait Lacan tout à l'heure. Alors cette figure-là se remet à plat dans le carré. Mais pour rendre ces figures plus lisibles ... là aussi le bord vient s'accoler à lui-même, c'est-à-dire là il est deux fois, alors il faudrait que je le dessine avec un petit écartement pour rendre la chose visible . En dessinant, en achurant toujours là où ça se recouvre, voilà avec un petit écartement pour voir comment le trou, les bords du trou se nouent entre eux. Il y a cette figure qui est donc recouverte, où la surface se recouvre dans la totalité, cette figure est un carré et à partir de ce moment-là, ce n'est plus ce carré-là, mais c'est un carré qui est obtenu avec une bande dont la longueur est 4 fois la largeur.

L = 4l





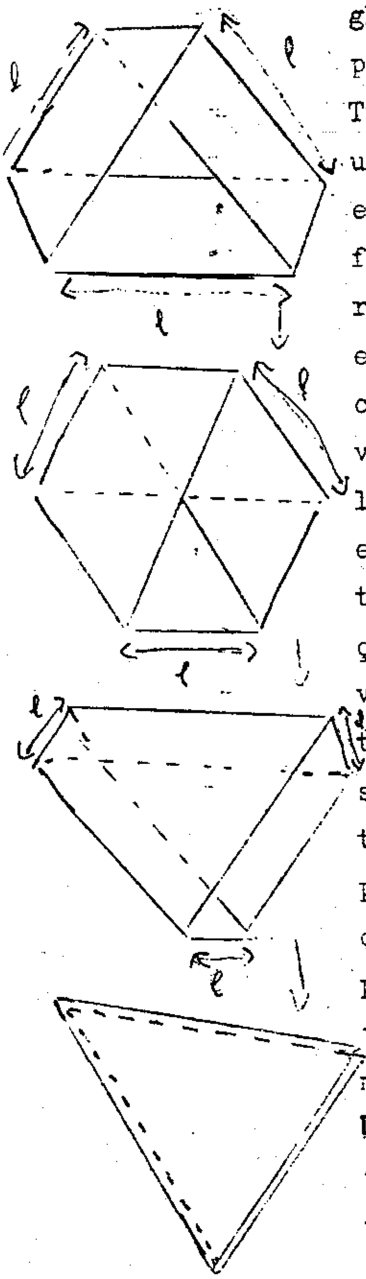
Alors quand on passe à trois demi-torsions, c'est-à-dire que là le dessin du bord de la bande, c'est ça. Je peux encore mettre à plat cette figure-là, cette bande-là, bon c'est pareil, je dessine le bord



visible du trou, et j'obtiens cette figure-là, c'est-à-dire que je le fais avec une bande qui a les mêmes, les mêmes proportions que celles-là, toujours.

La bande à quatre, c'est la bande à quatre demi-torsions, c'est-à dire à deux torsions, bon, elle noue ses bords de cette manière-là, c'est-à-dire comme ça, c'est le deuxième noeud... Et on pourrait dire également que c'est le tore à deux trous et celle-là, je peux encore l'aplatir. C'est pareil, il faudrait que je dessine le bord du trou. Voilà comment ça va se nouer, et vous voyez que c'est la même figure que celle-là. Et cette figure-là est identique à elle-même si on la retourne. Là je n'ai pas dessiné le tore à cinq demi-torsions, mais il est évident que le tore à cinq demi-torsions ne va pas faire un polygone régulier pavant l'espace; ça il n'y aura plus moyen moyen. Mais si on retournait à celui à 6, on pourrait encore refaire une figure régulière pavant l'espace.

J. LAGARRIGUE - Avec une demi-torsion et avec trois demi-torsions, tu as toujours un point virtuel/un trou virtuel qui est un point là qui est tout comme un petit triangle, mais en fait ce n'est pas obligatoire pour une seule torsion et tu peux la réduire à la dimension d'un triangle ....



Tu as cette représentation là actuellement et tu as le bord qui décrit un schéma là, comme ça, avec le bord qui est ici, qui passe derrière et tu as le bord là qui repart devant, et qui fait ce schéma. Mais enfin on peut réduire ces trois bords à n'être plus rien. Alors si tu réduis ces trois bords à n'être plus rien, tu obtiens une forme qui est triangulaire que je ne fais pas tout à fait triangulaire pour que ce soit plus facilement représentable et où tu as ce bord en fait qui va..., ce n'est pas facile à représenter, et où tu as en fait ce bord-là, il viendra ici comme ça, puis ça va passer derrière, là comme ça et puis ça va revenir sur le devant, ce bord-ci, là, il va là, ce petit côté-là qui se réduit à rien, il est ici, ça repasse derrière et ça rejoint ce bord-là, celui-là va se trouver donc en haut et puis ça va revenir ici pour repasser derrière et ça va rejoindre... ici...le troisième. Et alors là il y a une bande de Möbius réduite à sa plus simple expression et qui n'est plus réductible et qui a la forme d'un triangle à trois sections successives avec une première qui est représentée par cette bande qui passe comme ça, puis la seconde - là ça va passer derrière - et puis la seconde qui repasse et qui se replie une troisième fois pour repasser derrière. Et en fait ce dallage que tu fais ici avec un hexagone, tu peux le faire avec un triangle, mais c'est une autre forme beaucoup plus simple en fait de dallage. Et tu as la disparition que tu supposais presque obligatoire de ce trou virtuel qui disparaît avec cette représentation-là. Voilà, c'est ce que je voulais dire. C'est une autre interprétation

TERRASSON : Pourquoi j'ai fait ces représentations-là et pas celle-là ? C'est parce qu'ici, j'ai au maximum une double épaisseur et une simple épaisseur et que ça, je peux évidemment le représenter, comme ici d'ailleurs, par des pavés dont je peux paver le plan.
Et alors ça me ....

J. LAGARRIGUE : Ici°tu n'as pas de trou virtuel qui traverse le plan, vu que le seul trou est un trou qui est vertical comme ça, comme une manche et ici, à cette représentation comme ici tu as toujours un trou qui est virtuel, qui est ici un point par lequel tu peux passer une aiguille, une épingle.et qui disparaît dans cette représentation où tu as les trois qui se recouvrent absolument et qui est la forme en fait la plus réduite possible d'une bande de Möbius avec une seule demi-torsion et qui est une représentation qui est beaucoup plus réduite que celle-ci parce que tu élimines en fait cet effet d'hexagone, qui est un effet artificiel si on peut dire, qui n'a pas de raison d'être particulière . Sa seule raison d'être de forme de la bande de Möbius à une seule demi-torsion, c'est en fait la forme triangulaire et c'est celle-là. Et cette forme-là ,tu ne peux pas l'obtenir avec la seconde bande de Möbius qui est la bande de Möbius à trois torsions où là l'existence de ce trou virtuel central est absolument obligatoire. Ca se fabrique très bien, ça, d'ailleurs, avec une bande de papier....

: 0 torsion

Schéma p. 7

LACAN : L'intérêt de cette réflexion est que, également pour la bande de Möbius, ce que j'ai dessiné la dernière fois, l'amincissement de ce dont il s'agit, permet de maintenir la forme qui aboutit au noeud à trois et ceci, je veux dire la bande de Möbius, comme il est bien connu, la bande de Möbius divisée en deux fait un huit; si mon souvenir est bon, ce huit recoupé en deux fait une forme comme ceci, c'est-à-dire quelque chose d'enlacé, si mon souvenir est bon. Je crois que mon souvenir n'est pas bon.

J. LAGARRIGUE : Je crois que ça donne une formation qui a des caractéristiques comme ça. Lorsqu'on divise deux fois une bande de Möbius, on obtient une bande qui ressemble à ça, qui est de ce type-là, avec une bande comme ça qui est nouée par une sorte de tissage et qui n'est pas un simple...

LACAN : Je crois en effet que ce sont deux anneaux séparés qu'on obtient avec la bande de Möbius. Il y a quelque chose qui me paraît pourtant pas claire c'est votre double torsion, comment obtenez-vous cette figure-là?

TERRASSON En aplatissant une bande de Möbius, une bande à une torsion, en l'aplatissant, c'est-à-dire en faisant une demi-torsion à chaque fois, elle prend cette forme-là.

(Discussion inaudible)

LACAN : En quoi ici les deux bords font-ils enlacement ? Car en fait, c'est un fait qu'il . font enlacement.Ils font enlacement.

TERRASSON : C'est la première bande dont les bords s'obtiennent par eux-mêmes en dehors du fait du sort de la bande..

LACAN : Les deux bords font enlacement.

TERRASSON : C'est le premier enlacement de bords. On peut continuer. Il y a toute la série des enlacements.

LACAN Hein ?

TERRASSON : Il y a toute la série des enlacements de bords...

LACAN : Je vous fais mes excuses. Il y a un moyen de faire un noeud borroméen avec le noeud à 3. Pourtant la question est de savoir s'il y a un autre moyen de faire un noeud borroméen avec le noeud à 3. Si on groupe les 3, il est bien évident que ce qu'on obtiendra ce sera la même chose, que ce qu'on obtient avec la bande de Möbius. Est-ce qu'il y a moyen, en décalant ce noeud à trois - c'est à ça que me suis escrimé ce matin - en décalant ce noeud à 3, est-ce qu'il y a un moyen en déplaçant ce noeud à 3 de faire qu'on puisse passer sous le second noeud à 3 qui est légèrement décalé, qu'on puisse passer sous, puisque c'est ça la définition du noeud borroméen, qu'on puisse passer sous celui qui est dessous, et sur celui qui est dessus. C'est ce que je vous propose de mettre à l'épreuve, puisque je n'ai pas pu le mettre à l'épreuve moi-même ce matin. Il faut, d'autre part, bien se dire que ce noeud à 3 lui-même se divise en 2, je veux dire qu'il est susceptible d'être coupé, coupé par le milieu, et que ça donne un certain effet que je vous propose également de mettre à l'épreuve.

Ceci nous promet pour la séance du 9 Mai quelques résultats auxquels je m'efforcerai moi-même de donner une solution.

ooo

----

ooo